

# EISENSTEIN SERIES $E_k$ AS POLYNOMIALS IN $E_4$ AND $E_6$

EVAN WARNER

We use the standard definition

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{\substack{c,d \in \mathbb{Z} \\ (c,d)=1}} \frac{1}{(cz+d)^k},$$

where  $k > 2$  is an even integer. This document was automatically generated.

$$\begin{aligned} E_8 &= E_4^2 \\ E_{10} &= E_4 E_6 \\ E_{12} &= \frac{441}{691} E_4^3 + \frac{250}{691} E_6^2 \\ E_{14} &= E_4^2 E_6 \\ E_{16} &= \frac{1617}{3617} E_4^4 + \frac{2000}{3617} E_4 E_6^2 \\ E_{18} &= \frac{38367}{43867} E_4^3 E_6 + \frac{5500}{43867} E_6^3 \\ E_{20} &= \frac{53361}{174611} E_4^5 + \frac{121250}{174611} E_4^2 E_6^2 \\ E_{22} &= \frac{57183}{77683} E_4^4 E_6 + \frac{20500}{77683} E_4 E_6^3 \\ E_{24} &= \frac{49679091}{236364091} E_4^6 + \frac{176400000}{236364091} E_4^3 E_6^2 + \frac{10285000}{236364091} E_6^4 \\ E_{26} &= \frac{392931}{657931} E_4^5 E_6 + \frac{265000}{657931} E_4^2 E_6^3 \\ E_{28} &= \frac{489693897}{3392780147} E_4^7 + \frac{2507636250}{3392780147} E_4^4 E_6^2 + \frac{395450000}{3392780147} E_4 E_6^4 \\ E_{30} &= \frac{815806500201}{1723168255201} E_4^6 E_6 + \frac{881340705000}{1723168255201} E_4^3 E_6^3 + \frac{26021050000}{1723168255201} E_6^5 \\ E_{32} &= \frac{764412173217}{7709321041217} E_4^8 + \frac{5323905468000}{7709321041217} E_4^5 E_6^2 + \frac{1621003400000}{7709321041217} E_4^2 E_6^4 \\ E_{34} &= \frac{55884495051}{151628697551} E_4^7 E_6 + \frac{88296652500}{151628697551} E_4^4 E_6^3 + \frac{7447550000}{151628697551} E_4 E_6^5 \\ E_{36} &= \frac{1792339973230660623}{26315271553053477373} E_4^9 + \frac{16289678778066366750}{26315271553053477373} E_4^6 E_6^2 \\ &\quad + \frac{8095347742018950000}{26315271553053477373} E_4^3 E_6^4 + \frac{137905059737500000}{26315271553053477373} E_6^6 \\ E_{38} &= \frac{43635626965161}{154210205991661} E_4^8 E_6 + \frac{94782461476500}{154210205991661} E_4^5 E_6^3 + \frac{15792117550000}{154210205991661} E_4^2 E_6^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{40} &= \frac{12215242320812967051}{261082718496449122051} E_4^{10} + \frac{140355664856398530000}{261082718496449122051} E_4^7 E_6^2 \\
&\quad + \frac{103276212013487625000}{261082718496449122051} E_4^4 E_6^4 + \frac{5235599305750000000}{261082718496449122051} E_4 E_6^6 \\
E_{42} &= \frac{326567981866871666691}{1520097643918070802691} E_4^9 E_6 + \frac{933063597397822086000}{1520097643918070802691} E_4^6 E_6^3 \\
&\quad + \frac{257701549269802050000}{1520097643918070802691} E_4^3 E_6^5 + \frac{2764515383575000000}{1520097643918070802691} E_6^7 \\
E_{44} &= \frac{81321304905651230343}{2530297234481911294093} E_4^{11} + \frac{1152360895010751483750}{2530297234481911294093} E_4^8 E_6^2 \\
&\quad + \frac{1176474112693246080000}{2530297234481911294093} E_4^5 E_6^4 + \frac{120140921872262500000}{2530297234481911294093} E_4^2 E_6^6 \\
E_{46} &= \frac{4191478936397766158607}{25932657025822267968607} E_4^{10} E_6 + \frac{15236011715664295710000}{25932657025822267968607} E_4^7 E_6^3 \\
&\quad + \frac{6297623266945481100000}{25932657025822267968607} E_4^4 E_6^5 + \frac{207543106814725000000}{25932657025822267968607} E_4 E_6^7 \\
E_{48} &= \frac{123839432601967361511317547}{5609403368997817686249127547} E_4^{12} + \frac{2121255754302470474560410000}{5609403368997817686249127547} E_4^9 E_6^2 \\
&\quad + \frac{2868714979982321801927400000}{5609403368997817686249127547} E_4^6 E_6^4 \\
&\quad + \frac{492052907714983461000000000}{5609403368997817686249127547} E_4^3 E_6^6 + \frac{3540294396074587250000000}{5609403368997817686249127547} E_6^8 \\
E_{50} &= \frac{2389775540888297618426601}{19802288209643185928499101} E_4^{11} E_6 + \frac{10767424838447284402972500}{19802288209643185928499101} E_4^8 E_6^3 \\
&\quad + \frac{6224859848005602407100000}{19802288209643185928499101} E_4^5 E_6^5 + \frac{420227982302001500000000}{19802288209643185928499101} E_4^2 E_6^7 \\
E_{52} &= \frac{934610402421629413310453931}{61628132164268458257532691681} E_4^{13} + \frac{19034378296094994962024337750}{61628132164268458257532691681} E_4^{10} E_6^2 \\
&\quad + \frac{32932283386726300270572900000}{61628132164268458257532691681} E_4^7 E_6^4 \\
&\quad + \frac{8533368977942791429125000000}{61628132164268458257532691681} E_4^4 E_6^6 + \frac{193491101082742182500000000}{61628132164268458257532691681} E_4 E_6^8 \\
E_{54} &= \frac{2609833964798041575622122670191}{29149963634884862421418123812691} E_4^{12} E_6 + \frac{14273298131058407719702582042500}{29149963634884862421418123812691} E_4^9 E_6^3 \\
&\quad + \frac{10998977382693741531360419100000}{29149963634884862421418123812691} E_4^6 E_6^5 \\
&\quad + \frac{1261469523817891331905500000000}{29149963634884862421418123812691} E_4^3 E_6^7 + \frac{6384632516780262827500000000}{29149963634884862421418123812691} E_6^9 \\
E_{56} &= \frac{3689846390899369128325431357747}{354198989901889536240773677094747} E_4^{14} + \frac{88119194137305668214628686012000}{354198989901889536240773677094747} E_4^{11} E_6^2 \\
&\quad + \frac{189834021746742124485322159725000}{354198989901889536240773677094747} E_4^8 E_6^4 + \frac{69290689995996427700424900000000}{354198989901889536240773677094747} E_4^5 E_6^6 \\
&\quad + \frac{3265237630945946712072500000000}{354198989901889536240773677094747} E_4^2 E_6^8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{58} &= \frac{192438927869881996649588522806449}{2913228046513104891794716413587449} E_4^{13} E_6 + \frac{1255715586766721522493597349881000}{2913228046513104891794716413587449} E_4^{10} E_6^3 \\
&+ \frac{1244173044364725746319365790900000}{2913228046513104891794716413587449} E_4^7 E_6^5 \\
&+ \frac{217360055127602837049542250000000}{2913228046513104891794716413587449} E_4^4 E_6^7 + \frac{3540432384172789282622500000000}{2913228046513104891794716413587449} E_4 E_6^9 \\
E_{60} &= \frac{8696208144718332968981459654488308815241}{1215233140483755572040304994079820246041491} E_4^{15} \\
&+ \frac{240670695620287199262610693772009157476250}{1215233140483755572040304994079820246041491} E_4^{12} E_6^2 \\
&+ \frac{631710687486164739278543559275531154750000}{1215233140483755572040304994079820246041491} E_4^9 E_6^4 \\
&+ \frac{309070928549883274260778980816904125000000}{1215233140483755572040304994079820246041491} E_4^6 E_6^6 \\
&+ \frac{24992250314619190198350853245262500000000}{1215233140483755572040304994079820246041491} E_4^3 E_6^8 \\
&+ \frac{92370368082836071039447315625000000000}{1215233140483755572040304994079820246041491} E_6^{10} \\
E_{62} &= \frac{19246669387338910203398030014909521}{396793078518930920708162576045270521} E_4^{14} E_6 + \frac{147704550023299495208656602247011000}{396793078518930920708162576045270521} E_4^{11} E_6^3 \\
&+ \frac{182972719041223793685248595133350000}{396793078518930920708162576045270521} E_4^8 E_6^5 + \frac{45315765821900030629933596150000000}{396793078518930920708162576045270521} E_4^5 E_6^7 \\
&+ \frac{1553374245168690980925752500000000}{396793078518930920708162576045270521} E_4^2 E_6^9 \\
E_{64} &= \frac{524910392452989599674733535167186302017}{106783830147866529886385444979142647942017} E_4^{16} \\
&+ \frac{16664638025948181215489478371418194520000}{106783830147866529886385444979142647942017} E_4^{13} E_6^2 \\
&+ \frac{52354834551197383503043759922609667120000}{106783830147866529886385444979142647942017} E_4^{10} E_6^4 \\
&+ \frac{33084390716884475493385194882777600000000}{106783830147866529886385444979142647942017} E_4^7 E_6^6 \\
&+ \frac{4105361257321586439281874247170000000000}{106783830147866529886385444979142647942017} E_4^4 E_6^8 \\
&+ \frac{49695204061913635510404020000000000000}{106783830147866529886385444979142647942017} E_4 E_6^{10} \\
E_{66} &= \frac{4748377262254656829865001638252446022894691}{133872729284212332186510857141084758385627191} E_4^{15} E_6 \\
&+ \frac{42337077570695776073914412339908453717882500}{133872729284212332186510857141084758385627191} E_4^{12} E_6^3 \\
&+ \frac{64120234768974545603871795841171815044850000}{133872729284212332186510857141084758385627191} E_4^9 E_6^5 \\
&+ \frac{21393930550368850732683527382128816100000000}{133872729284212332186510857141084758385627191} E_4^6 E_6^7 \\
&+ \frac{1269577785130172376423900155644477500000000}{133872729284212332186510857141084758385627191} E_4^3 E_6^9 \\
&+ \frac{3531346788330569752219783978750000000000}{133872729284212332186510857141084758385627191} E_6^{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{68} &= \frac{15646536500972646471425606311219030419603}{4633713579924631067171126424027918014373353} E_4^{17} \\
&+ \frac{564812000557223905065078037745578579803750}{4633713579924631067171126424027918014373353} E_4^{14} E_6^2 \\
&+ \frac{2092589601705282533934531763273326091650000}{4633713579924631067171126424027918014373353} E_4^{11} E_6^4 \\
&+ \frac{1659502444607238337707244248942698812500000}{4633713579924631067171126424027918014373353} E_4^8 E_6^6 \\
&+ \frac{293600901292582186310504093163220500000000}{4633713579924631067171126424027918014373353} E_4^5 E_6^8 \\
&+ \frac{7562095261331457682342674591875000000000}{4633713579924631067171126424027918014373353} E_4^2 E_6^{10} \\
E_{70} &= \frac{1111463089916543238812811654526969290082159221}{43010895638096200108659330496510205957469661721} E_4^{16} E_6 \\
&+ \frac{11393317551564599499856754138883563923048852500}{43010895638096200108659330496510205957469661721} E_4^{13} E_6^3 \\
&+ \frac{20713594002690226304334728455922443682338650000}{43010895638096200108659330496510205957469661721} E_4^{10} E_6^5 \\
&+ \frac{8963263684196734166363864369719164784500000000}{43010895638096200108659330496510205957469661721} E_4^7 E_6^7 \\
&+ \frac{821659634628908338745233838635730527500000000}{43010895638096200108659330496510205957469661721} E_4^4 E_6^9 \\
&+ \frac{7597675099188560545938038822333750000000000}{43010895638096200108659330496510205957469661721} E_4 E_6^{11} \\
E_{72} &= \frac{13518066358938621053372991316665250095038880088059429}{5827954961669944110438277244641067365282488301844260429} E_4^{18} \\
&+ \frac{550553518944549399855410686944277065751048569663426000}{5827954961669944110438277244641067365282488301844260429} E_4^{15} E_6^2 \\
&+ \frac{2375403237647861481341251779322168409051256873842775000}{5827954961669944110438277244641067365282488301844260429} E_4^{12} E_6^4 \\
&+ \frac{2310361354864602608420241161198527335740342475750000000}{5827954961669944110438277244641067365282488301844260429} E_4^9 E_6^6 \\
&+ \frac{553203924567441985468708243810054350898664002500000000}{5827954961669944110438277244641067365282488301844260429} E_4^6 E_6^8 \\
&+ \frac{24861508648287939373531885117994603939850000000000000}{5827954961669944110438277244641067365282488301844260429} E_4^3 E_6^{10} \\
&+ \frac{533506382620749257604969313803498062875000000000000}{5827954961669944110438277244641067365282488301844260429} E_6^{12} \\
E_{74} &= \frac{17321253500404505981859630751011266172500037651}{923038305114085622008920911661422572613197507651} E_4^{17} E_6 \\
&+ \frac{202280408480427391790789384531575150305097320000}{923038305114085622008920911661422572613197507651} E_4^{14} E_6^3 \\
&+ \frac{434776654950287337181094903278718501430975150000}{923038305114085622008920911661422572613197507651} E_4^{11} E_6^5 \\
&+ \frac{236915540657065096921055419944539102272125000000}{923038305114085622008920911661422572613197507651} E_4^8 E_6^7 \\
&+ \frac{31126085453943284262736430067856064932500000000}{923038305114085622008920911661422572613197507651} E_4^5 E_6^9 \\
&+ \frac{618362071958005871385143087722487500000000000}{923038305114085622008920911661422572613197507651} E_4^2 E_6^{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{76} = & \frac{2067572336360400808974493936455110908320002909529}{1297636253996598563562484002136063152861329885729779} E_4^{19} \\
& + \frac{94352972188968816748580975277165691496790663020250}{1297636253996598563562484002136063152861329885729779} E_4^{16} E_6^2 \\
& + \frac{468990907719097310166607870234229838129441957300000}{1297636253996598563562484002136063152861329885729779} E_4^{13} E_6^4 \\
& + \frac{549041315005235239964137355135037667174204762500000}{1297636253996598563562484002136063152861329885729779} E_4^{10} E_6^6 \\
& + \frac{171144640508981994810659489419859322893197500000000}{1297636253996598563562484002136063152861329885729779} E_4^7 E_6^8 \\
& + \frac{11952479615501955419212419771013252134375000000000}{1297636253996598563562484002136063152861329885729779} E_4^4 E_6^{10} \\
& + \frac{86366622452845644311398362302270125000000000000}{1297636253996598563562484002136063152861329885729779} E_4 E_6^{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{78} = & \frac{433586517226742412852614394285623449891536885899093499}{31911258890415448330398387349964774884015336567107729499} E_4^{18} E_6 \\
& + \frac{5722642213745339241115087258219020103520802601596036000}{31911258890415448330398387349964774884015336567107729499} E_4^{15} E_6^3 \\
& + \frac{14355304252833098456319916964572274149120883997237600000}{31911258890415448330398387349964774884015336567107729499} E_4^{12} E_6^5 \\
& + \frac{9621634676537605776880711817956488323831033839875000000}{31911258890415448330398387349964774884015336567107729499} E_4^9 E_6^7 \\
& + \frac{1718015560780965854907963263914789610973741742500000000}{31911258890415448330398387349964774884015336567107729499} E_4^6 E_6^9 \\
& + \frac{5997429156428137099836620515278942834746250000000000}{31911258890415448330398387349964774884015336567107729499} E_4^3 E_6^{11} \\
& + \frac{10137772741521732372744586378981832987500000000000}{31911258890415448330398387349964774884015336567107729499} E_6^{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{80} = & \frac{5038857363024262262098001329601136905024712433165860186867}{4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867} E_4^{20} \\
& + \frac{256077212750372627861222854150299919409354590653066175470000}{4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867} E_4^{17} E_6^2 \\
& + \frac{1452730099470225724809098844158608352888129100741551634000000}{4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867} E_4^{14} E_6^4 \\
& + \frac{2015306608467206129453185831408222911536898522740499000000000}{4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867} E_4^{11} E_6^6 \\
& + \frac{793574793307236798983519174198264969190902445158006250000000}{4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867} E_4^8 E_6^8 \\
& + \frac{7980705827347104168404806885441245742622616727500000000000}{4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867} E_4^5 E_6^{10} \\
& + \frac{124966984792106188240219491963710243772233375000000000000}{4603784299479457646935574969019046849794257872751288919656867} E_4^2 E_6^{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{82} = & \frac{401340794891633015793056074083888565917677910964833735393}{40902784126466971629833036824055363419700878721225693045893} E_4^{19} E_6 \\
& + \frac{5944422991424836764442808145347267454336916344081989110500}{40902784126466971629833036824055363419700878721225693045893} E_4^{16} E_6^3 \\
& + \frac{17211808823795089986054011235235683018930062008933570200000}{40902784126466971629833036824055363419700878721225693045893} E_4^{13} E_6^5 \\
& + \frac{13920104453933881265798792192171428532309465998747800000000}{40902784126466971629833036824055363419700878721225693045893} E_4^{10} E_6^7 \\
& + \frac{3246984805710593130614541660081889158215825277247500000000}{40902784126466971629833036824055363419700878721225693045893} E_4^7 E_6^9 \\
& + \frac{177102911523016116937349723452876724025319556250000000000}{40902784126466971629833036824055363419700878721225693045893} E_4^4 E_6^{11} \\
& + \frac{1019345187921350192477793682329965965611625000000000000}{40902784126466971629833036824055363419700878721225693045893} E_4 E_6^{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{84} = & \frac{1522160958594748863473266264797350063126890355834342227020113727}{2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477} E_4^{21} \\
& + \frac{85674402741092806511678541118430424564898270963077318128616498750}{2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477} E_4^{18} E_6^2 \\
& + \frac{550185728099753915558382763189401195378937831890979119911797320000}{2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477} E_4^{15} E_6^4 \\
& + \frac{892584681110246403058335128322312312632822231074542646228650000000}{2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477} E_4^{12} E_6^6 \\
& + \frac{433483527319263765120535330917235651260160881677483900160000000000}{2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477} E_4^9 E_6^8 \\
& + \frac{59476513045736632590865620937771713647856941816802425625000000000}{2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477} E_4^6 E_6^{10} \\
& + \frac{1646950590029139260809896028565351125376876703777375000000000000}{2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477} E_4^3 E_6^{12} \\
& + \frac{2232070572949267050613333217011316737466715593750000000000000}{2024576195935290360231131160111731009989917391198090877281083932477} E_6^{14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{86} = & \frac{108617512143367248367347647617358952782524243321611279057081}{15365456265527410548229019707587476657623969457055556552604581} E_4^{20} E_6 \\
& + \frac{1794060835733081379183167273148344951221938879491957962147500}{15365456265527410548229019707587476657623969457055556552604581} E_4^{17} E_6^3 \\
& + \frac{593872860556269669175253319118381683292579992577122911400000}{15365456265527410548229019707587476657623969457055556552604581} E_4^{14} E_6^5 \\
& + \frac{5703793064842527206560510295010992808357146360669069400000000}{15365456265527410548229019707587476657623969457055556552604581} E_4^{11} E_6^7 \\
& + \frac{1685618187229912012763692975855914435387227377272045000000000}{15365456265527410548229019707587476657623969457055556552604581} E_4^8 E_6^9 \\
& + \frac{132966801381125933632444619568930154908070122348750000000000}{15365456265527410548229019707587476657623969457055556552604581} E_4^5 E_6^{11} \\
& + \frac{1671258634700075969323705202118522041262481375000000000000}{15365456265527410548229019707587476657623969457055556552604581} E_4^2 E_6^{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{88} = & \frac{61572540596553029713100770594174926618403606810654415333204366277}{119220589879456137090501038547210167576886388688366240390629080961277} E_4^{22} \\
& + \frac{3819181338347250415176749878361743228633934080907775031970116920000}{119220589879456137090501038547210167576886388688366240390629080961277} E_4^{19} E_6^2 \\
& + \frac{27563103403313888367181798924709662618370773388590053052233759675000}{119220589879456137090501038547210167576886388688366240390629080961277} E_4^{16} E_6^4 \\
& + \frac{51706471715328124270335939782314449323299617412694712119439000000000}{119220589879456137090501038547210167576886388688366240390629080961277} E_4^{13} E_6^6 \\
& + \frac{30370632506332716068636735049224398926637204184886179694153000000000}{119220589879456137090501038547210167576886388688366240390629080961277} E_4^{10} E_6^8 \\
& + \frac{546107435796030659569369405593433794625201403386912876500000000000}{119220589879456137090501038547210167576886388688366240390629080961277} E_4^7 E_6^{10} \\
& + \frac{237447486350244510040433703984660748784792877086362312500000000000}{119220589879456137090501038547210167576886388688366240390629080961277} E_4^4 E_6^{12} \\
& + \frac{110653122705383372258638208673985828964910352137500000000000000}{119220589879456137090501038547210167576886388688366240390629080961277} E_4 E_6^{14} \\
E_{90} = & \frac{1198319711106249090589582192903225294071570274907872726057703997819507}{235811455804216559976824670249843016755050989933929423246309043145584507} E_4^{21} E_6 \\
& + \frac{21948253339047618335025805335543008108847055852427179303345155538365000}{235811455804216559976824670249843016755050989933929423246309043145584507} E_4^{18} E_6^3 \\
& + \frac{82367322600633470279132775864296766180198964085444848983813433109400000}{235811455804216559976824670249843016755050989933929423246309043145584507} E_4^{15} E_6^5 \\
& + \frac{92689807479168874742434026081726042838084172283353155792571785500000000}{235811455804216559976824670249843016755050989933929423246309043145584507} E_4^{12} E_6^7 \\
& + \frac{3386796795176300520927365211797627671626343568676167679935596500000000}{235811455804216559976824670249843016755050989933929423246309043145584507} E_4^9 E_6^9 \\
& + \frac{365791985608511581978150735281131602073272909167077060904000000000000}{235811455804216559976824670249843016755050989933929423246309043145584507} E_4^6 E_6^{11} \\
& + \frac{81774644115898621542070271543108148177479117759602094625000000000000}{235811455804216559976824670249843016755050989933929423246309043145584507} E_4^3 E_6^{13} \\
& + \frac{9022229632787904525103304327344867558354160431693750000000000000}{235811455804216559976824670249843016755050989933929423246309043145584507} E_6^{15} \\
E_{92} = & \frac{19984052205571110552370086687309894692423988788009030606758051580739}{56329823835110327303888166458198989115623542770410223609709405514345489} E_4^{23} \\
& + \frac{1359882269362081410344817279692880581838893264727845104409420615814750}{56329823835110327303888166458198989115623542770410223609709405514345489} E_4^{20} E_6^2 \\
& + \frac{10958759061253575882953240515634612587718547345335365382798494096950000}{56329823835110327303888166458198989115623542770410223609709405514345489} E_4^{17} E_6^4 \\
& + \frac{23539994516480773181182357438759980867721623838413400322144877750000000}{56329823835110327303888166458198989115623542770410223609709405514345489} E_4^{14} E_6^6 \\
& + \frac{16453054888641658833691949666123893028762487290186312557168605000000000}{56329823835110327303888166458198989115623542770410223609709405514345489} E_4^{11} E_6^8 \\
& + \frac{3758436419513410503053260602188193032529334590082140660281250000000000}{56329823835110327303888166458198989115623542770410223609709405514345489} E_4^8 E_6^{10} \\
& + \frac{23728118041560080162758108943887093086168045756879214605000000000000}{56329823835110327303888166458198989115623542770410223609709405514345489} E_4^5 E_6^{12} \\
& + \frac{2431447237655580482589779673248191498551995308358406250000000000000}{56329823835110327303888166458198989115623542770410223609709405514345489} E_4^2 E_6^{14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{94} = & \frac{94700893621802716177806140305620510683031341959996763810991999585201}{25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201} E_4^{22} E_6 \\
& + \frac{1913647643827766595195921890447181265198723875485580002550667721085000}{25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201} E_4^{19} E_6^3 \\
& + \frac{10533790162139353402227850936621422757350560612152338487587175500000000}{25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201} E_4^{16} E_6^5 \\
& + \frac{4665166029521824161120856711535428491898622363440541112578115000000000}{25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201} E_4^{13} E_6^7 \\
& + \frac{66229895081301182705027202218011116255734301410050472145000000000000}{25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201} E_4^{10} E_6^9 \\
& + \frac{2335386945207932777278221534746361526359489345014441700000000000000}{25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201} E_4^7 E_6^{11} \\
& + \frac{8936847465420124611327265208844993610286814410168750000000000000}{25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201} E_4^4 E_6^{13} \\
& + \frac{25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201}{25974761842122222757602163391770238382095923727716949392259895857120201} E_4 E_6^{15} \\
E_{96} = & \frac{51566909455692020011243097438638474067819389395117060374041107410549007263259}{211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259} E_4^{24} \\
& + \frac{3833886393016860305373061147910519321585025128385924366135458457278611119324000}{211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259} E_4^{21} E_6^2 \\
& + \frac{34300218476728358810419365297711824153583594639089361965406282766216344623400000}{211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259} E_4^{18} E_6^4 \\
& + \frac{83648122175496205084965861568056020394538653178778914408001274452556393600000000}{211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259} E_4^{15} E_6^6 \\
& + \frac{68623775612906320690366320858124727589808861545964901768271930836488770000000000}{211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259} E_4^{12} E_6^8 \\
& + \frac{19427165364636369135468687383921706704909103599408798951927748677100000000000000}{211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259} E_4^9 E_6^{10} \\
& + \frac{168481790782532437046626596665063876831546980885747172982749899800000000000000}{211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259} E_4^6 E_6^{12} \\
& + \frac{30868661443952294938647886847325859112192473520327769403515000000000000000000}{211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259} E_4^3 E_6^{14} \\
& + \frac{280957574303855882749031628324071232346256594161312909831250000000000000000}{211600449597266513097597728109824233673043954389060234150638733420050668349987259} E_6^{16} \\
E_{98} = & \frac{3618566906726066105054810792490825242669812670143128858808774455533420811}{1385882870875622359674512602987828685864126443438867092021917576530468307311} E_4^{23} E_6 \\
& + \frac{80301449028826554672730752214718213365085554871668604104451970176815936500}{1385882870875622359674512602987828685864126443438867092021917576530468307311} E_4^{20} E_6^3 \\
& + \frac{379137405914266856449405654262993201537692759516868406921211206774118950000}{1385882870875622359674512602987828685864126443438867092021917576530468307311} E_4^{17} E_6^5 \\
& + \frac{5667008143476326424791276852092277050678521853238825984069613259590000000000}{1385882870875622359674512602987828685864126443438867092021917576530468307311} E_4^{14} E_6^7 \\
& + \frac{299219164154982563779067051991015238718044061227190652520151836665000000000000}{1385882870875622359674512602987828685864126443438867092021917576530468307311} E_4^{11} E_6^9 \\
& + \frac{54101724140038138269503892951767747003197282220297813362571962500000000000000}{1385882870875622359674512602987828685864126443438867092021917576530468307311} E_4^8 E_6^{11} \\
& + \frac{278020572179989063266743882203943735036120638897135176526050000000000000000}{1385882870875622359674512602987828685864126443438867092021917576530468307311} E_4^5 E_6^{13} \\
& + \frac{23540661349647286955316743576317579223581219844536082500000000000000000000}{1385882870875622359674512602987828685864126443438867092021917576530468307311} E_4^2 E_6^{15}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
E_{100} = & \frac{15836018517912776690191454076080587374869552195367801897538754385314383041391461}{94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711} E_4^{25} \\
& + \frac{1281539782121578452754252884176701455847917126577332634809138330356961856717106250}{94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711} E_4^{22} E_6^2 \\
& + \frac{12662856702784070193614257113742113517321679918474759560365628199886864316376250000}{94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711} E_4^{19} E_6^4 \\
& + \frac{34796159625035345896382396533855206932558259467990910016321165666772083484062500000}{94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711} E_4^{16} E_6^6 \\
& + \frac{33116013491720115110712975007473598903399084864041875346244174736842952625000000000}{94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711} E_4^{13} E_6^8 \\
& + \frac{11386181267426073845387557731368325517663441341113010197001767646404718750000000000}{94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711} E_4^{10} E_6^{10} \\
& + \frac{1301559953890212779876889832416082424573411584415266406295707229037500000000000000}{94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711} E_4^7 E_6^{12} \\
& + \frac{37770816988346632668141891135210806793070471975295512723498921875000000000000000}{94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711} E_4^4 E_6^{14} \\
& + \frac{120160638469607140770621250401727171107206283118657727076718750000000000000000}{94598037819122125295227433069493721872702841533066936133385696204311395415197247711} E_4 E_6^{16} \\
\\
E_{102} = & \frac{351835573645721118939391709980762789922952106783515091954366663798584340437639723}{188471730050641592837824751889190692675989246891336320628176617710991854755098715223} E_4^{24} E_6 \\
& + \frac{8538532235824815344190458979402172724816344440721012777887135773952291370630225500}{188471730050641592837824751889190692675989246891336320628176617710991854755098715223} E_4^{21} E_6^3 \\
& + \frac{44805787159297186177085292064874170344805231867339586539970476115837115317630850000}{188471730050641592837824751889190692675989246891336320628176617710991854755098715223} E_4^{18} E_6^5 \\
& + \frac{76135372254738732554523061811659450602046704514999305627139016752085039531400000000}{188471730050641592837824751889190692675989246891336320628176617710991854755098715223} E_4^{15} E_6^7 \\
& + \frac{47263479540390481354790253717986515152459217043074665563564746759687036695000000000}{188471730050641592837824751889190692675989246891336320628176617710991854755098715223} E_4^{12} E_6^9 \\
& + \frac{10613752020833348247081296168046938264565265407184745499686713081820287500000000000}{188471730050641592837824751889190692675989246891336320628176617710991854755098715223} E_4^9 E_6^{11} \\
& + \frac{751530226223114356231269126033979761540262025022303709818687262561500000000000000}{188471730050641592837824751889190692675989246891336320628176617710991854755098715223} E_4^6 E_6^{13} \\
& + \frac{1143235517344275203821183921209645300388567396249271872307115750000000000000000}{188471730050641592837824751889190692675989246891336320628176617710991854755098715223} E_4^3 E_6^{15} \\
& + \frac{147195165270049924007999908586149650573088960899990379731250000000000000000}{3194436102553247336234317828630350723321851642226039332680959622220200928052520597} E_6^{17}
\end{aligned}$$

$E_{104}$ 

$$\begin{aligned}
&= \frac{2826483473493639408469111441178824210959004202971032377345712240341542826279466081}{24579510104910000868238719445859559590091508159867133717469497704834582181965363171081} E_4^{26} \\
&+ \frac{248113972987369701592212988748517163926486466995522059403729538457170849497317070000}{24579510104910000868238719445859559590091508159867133717469497704834582181965363171081} E_4^{23} E_6^2 \\
&+ \frac{2694950403703346118700435914324229857017967866344962117989347946781854242704916635000}{24579510104910000868238719445859559590091508159867133717469497704834582181965363171081} E_4^{20} E_6^4 \\
&+ \frac{8288632469349139410947698144179008393829742233030362828133322593993683320001850000000}{24579510104910000868238719445859559590091508159867133717469497704834582181965363171081} E_4^{17} E_6^6 \\
&+ \frac{9058928921271566420432896622545205080280562808716357701614503567507075841935000000000}{24579510104910000868238719445859559590091508159867133717469497704834582181965363171081} E_4^{14} E_6^8 \\
&+ \frac{371999575527002412130212978022992029531037145900474820641135410862997976000000000000}{24579510104910000868238719445859559590091508159867133717469497704834582181965363171081} E_4^{11} E_6^{10} \\
&+ \frac{542862376806378930216747075065401214946978481512611704345150802846726625000000000000}{24579510104910000868238719445859559590091508159867133717469497704834582181965363171081} E_4^8 E_6^{12} \\
&+ \frac{2303664159726377784411534510610048935803423869795629106395527404650000000000000000}{24579510104910000868238719445859559590091508159867133717469497704834582181965363171081} E_4^5 E_6^{14} \\
&+ \frac{163080451418747794014464219998271210405601361641776130788160331250000000000000000}{24579510104910000868238719445859559590091508159867133717469497704834582181965363171081} E_4^2 E_6^{16}
\end{aligned}$$

 $E_{106}$ 

$$\begin{aligned}
&= \frac{914581930104432542961102431146308386331457280397410522686087924024965891784766824017}{686300059860705932229279625501762776777949030954371510168505969401544903271437780124017} E_4^{25} E_6 \\
&+ \frac{24180041272218615020542592680543122313855128004208978920381601355976618303667223150000}{686300059860705932229279625501762776777949030954371510168505969401544903271437780124017} E_4^{22} E_6^3 \\
&+ \frac{140277223806690969333018867207465448570920543073792592558693901372689786424417765150000}{686300059860705932229279625501762776777949030954371510168505969401544903271437780124017} E_4^{19} E_6^5 \\
&+ \frac{268907931054368557013067402114215642596996128375318200991327417918399913176563025000000}{686300059860705932229279625501762776777949030954371510168505969401544903271437780124017} E_4^{16} E_6^7 \\
&+ \frac{193944043280400432864346878364396222401351110869139221127587336794550761430005000000000}{686300059860705932229279625501762776777949030954371510168505969401544903271437780124017} E_4^{13} E_6^9 \\
&+ \frac{52997002567332333739721831635491417027038012830999902255000040705226779545000000000000}{686300059860705932229279625501762776777949030954371510168505969401544903271437780124017} E_4^{10} E_6^{11} \\
&+ \frac{49589721684675294721858134631751417418325987380341335038896209663735785000000000000000}{686300059860705932229279625501762776777949030954371510168505969401544903271437780124017} E_4^7 E_6^{13} \\
&+ \frac{119943098680709655360822251742952880957001256371361846016036149196250000000000000000}{686300059860705932229279625501762776777949030954371510168505969401544903271437780124017} E_4^4 E_6^{15} \\
&+ \frac{320682442352588074315353586520858667050526109708442923926215106250000000000000000}{686300059860705932229279625501762776777949030954371510168505969401544903271437780124017} E_4 E_6^{17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{108} = & \frac{274049950281627899580827152249593785124308188473567098877696661322125439848201312333399469307}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_4^{27} \\
& + \frac{26011858618290056833755606909269418142738670583558582645697803915881609051273110406607244368750}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_4^{24} E_6^2 \\
& + \frac{309252721689962173055641060227670434628737589584446268362905245762730103968399503783254391000000}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_4^{21} E_6^4 \\
& + \frac{1058225908339491753145818205602292697889125181402208282687233016623766981932711122286162562500000}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_4^{18} E_6^6 \\
& + \frac{1316487926029543844104250777320832448154720998928279826677967375962336769497997009630199000000000}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_4^{15} E_6^8 \\
& + \frac{636604945145277726019682470038886985192071549950737627930001914950705897927835733423750000000000}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_4^{12} E_6^{10} \\
& + \frac{115618610413999543152902117992576001710055592747154124301735138720241039087169091750000000000000}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_4^9 E_6^{12} \\
& + \frac{6779566681860634914484983510111041056314835529812890717463948211199006312034875000000000000000}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_4^6 E_6^{14} \\
& + \frac{866055010102852301364188407146546201456276280363818983365561420884583477687500000000000000000}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_4^3 E_6^{16} \\
& + \frac{55478111145195836191729249266220732431217783594549787194421229274754687500000000000000000}{3469342247847828789552088659323852541399766785760491146870005891371501266319724897592306597338057} E_6^{18} \\
E_{110} = & \frac{1452675603948261702217317182127224215545275050303813754489847648407541431854753555039093503}{1529198588096948578449626849344869500105750482682461581336718774151959521253917155995586043503} E_4^{26} E_6 \\
& + \frac{41693211814495977657141276549414410432873522257895961220324619559780609416213530178037450000}{1529198588096948578449626849344869500105750482682461581336718774151959521253917155995586043503} E_4^{23} E_6^3 \\
& + \frac{266130978359027229432124436243058938712076849564958888964847318212521607698705410241884500000}{1529198588096948578449626849344869500105750482682461581336718774151959521253917155995586043503} E_4^{20} E_6^5 \\
& + \frac{571635458434087533324856921928864434951780361074361282816495029306358493754031650925625000000}{1529198588096948578449626849344869500105750482682461581336718774151959521253917155995586043503} E_4^{17} E_6^7 \\
& + \frac{474086050312002513200102267232041147490327206987036337064228853970616015871497216095000000000}{1529198588096948578449626849344869500105750482682461581336718774151959521253917155995586043503} E_4^{14} E_6^9 \\
& + \frac{154983468060710174868272550756493956955337744889910456714157155502279796032818450000000000000}{1529198588096948578449626849344869500105750482682461581336718774151959521253917155995586043503} E_4^{11} E_6^{11} \\
& + \frac{18554483222371349384376603349036062754203780555193065038718128257100308523327500000000000000}{1529198588096948578449626849344869500105750482682461581336718774151959521253917155995586043503} E_4^8 E_6^{13} \\
& + \frac{658325332342061967987028591512589430591315504435816805707900252929093982250000000000000000}{1529198588096948578449626849344869500105750482682461581336718774151959521253917155995586043503} E_4^5 E_6^{15} \\
& + \frac{39369579634769125484431931652964228183971989591285353376768254081486437500000000000000000}{1529198588096948578449626849344869500105750482682461581336718774151959521253917155995586043503} E_4^2 E_6^{17}
\end{aligned}$$