О ФОРМУЛАХ ДЛЯ НЕПОДВИЖНЫХ ТОЧЕК ДЕЙСТВИЯ ГРУППЫ Z_p

С. М. Гусейн-Заде, И. М. Кричевер

Заметка посвящена выводу формул для инвариантов в теории бордизмов неподвижных точек U-действия группы Z_p. Эти формулы были получены А. С. Мищенко в работе [1]. Некоторые неточности, содержащиеся в этой работе, привели к тому, что при верной схеме доказательства окончательные формулы выписаны неверно. В связи с этим необходимо внести исправления в некоторые формулы обзора В. М. Бухштабера, А. С. Мищенко, С. П. Новикова «Формальные группы и их роль в аппарате алгебраической топологии» (УМН 26:2 (1971), 131—154), а также в работы [2], [4].

В работе [1] вычислялся гомоморфизм

$$\alpha\colon A=\bigoplus_{\{n_k\}} U_*\Big(\prod_{k=1}^{p-1} BU(n_k)\Big)\to U_*(BZ_p)\Big).$$

Здесь A — модуль U-бордизмов векторных Z_p-пучков над тривиальными Z_p-многообразиями со свободным действием группы на пучке сфер. Это действие и определяет образ класса бордизмов при гомоморфизме α. В дальнейшем, если не оговорено противное, мы пользуемся обозначениями работы [1].

При выводе формулы, связывающей ряды $G_1(u, t)$ и $G_k(u, t)$ ($k \not\equiv 0 \bmod p$), было использовано соотношение

$$\varphi_{k-1,*}(D\alpha(A_1(u, t)^l))=D\alpha(A_k(u, t)^l),$$

где $A_k(u, t)=\sum_{n=0}^{\infty} x_k^n u^n t^n$. В действительности из формул $\varphi_{k-1,*}(\alpha(x_1^n))=\alpha(x_k^n)$, $\varphi_{k-1}^*([u]_k)=u$ и известного тождества $f_*(f^*(x)\,y)=xf_*(y)$ вытекает, что

$$\varphi_{k-1,*}(D\alpha(A_1(u, t)^l))=D\alpha(A_k([u]_k, t)^l)=D\alpha\left(A_k\left(u, \frac{[u]_k}{u}t\right)^l\right).$$

Здесь $[u]_k$ — k-я степень в формальной группе «геометрических» кобордизмов. Дословное повторение дальнейших вычислений приводит к формуле

$$G_k\left(u, \frac{[u]_k}{u}t\right)=\frac{u}{[u]_k}G_1([u]_k, t),$$

или

$$G_k(u, t)=\frac{u}{[u]_k}G_1\left([u]_k, \frac{u}{[u]_k}t\right).$$

Следовательно,

$$G_{n,k}(u)=\left(\frac{u}{[u]_k}\right)^{n+1}G_{n,1}([u]_k).$$

Из работы [1] следует формула $G_1(u, t)=\dfrac{u\,\mathbf{CP}(ut)}{f(u, [ut]_{-1})}$, где $f(u, v)$ — формальная группа геометрических кобордизмов. Эта формула справедлива, если в качестве базисных элементов x_k^n использовать $\mathbf{CP}^n$ с хопфовским пучком и с действием, совпадающим с умножением на $\exp(2\pi ik/p)$. Необходимость этой замены базиса вызвана тем, что в вычислениях работы [1] было использовано то, что пучок сфер канонического пучка (отличающегося от хопфовского сопряжением), на котором Z_p действует умножением на $\exp(2\pi i/p)$, совпадает со сферой в $\mathbf{C}^{n+1}$ с тем же действием. На самом деле это верно для хопфовского пучка. Аккуратные выкладки для канонических пучков, проведенные по схеме А. С. Мищенко, дают следующую формулу $G_1(u, t)=\dfrac{u\,\mathbf{CP}(ut)}{f(u, ut)}$ (надо только заметить, что $w_{n,m}$ с хопфовским пучком есть $\mathbf{CP}^n\times\mathbf{CP}^m$ с пучком $\xi_1\otimes\overline{\xi}_2$, пучки ξ_i — канонические).

В обзоре [3] на странице 146 требуется заменить формулу для

$$\alpha((k_1, x_1), \ldots, (k_l, x_l)$$

на следующую:

$$\alpha((k_1, x_1), \ldots, (k_l, x_l)) = \left[\prod_{q=1}^{l} G_1\left([u]_{x_q}, \frac{u}{[u]_{x_q}} t_q\right) \frac{u}{[u]_{x_q}}\right]_{k_1, \ldots, k_l} \cap \alpha_{2n-1}(1, \ldots, 1).$$

Аналогичные исправления следует внести в работы [2] и [4]. В работе [4] следует также заменить $W_l(u, v)$ на $W_{-l}(u, v)$ (если использовать хопфовские пучки, то W_l остается прежним).

ЛИТЕРАТУРА

[1] А. С. Мищенко, Бордизмы с действием группы Z_p и неподвижные точки, Матем. сб. 80 (122) (1969), 307—313.

[2] В. М. Бухштабер, С. П. Новиков, Формальные группы, степенные системы и операторы Адамса, Матем. сб. 84 (126) (1971), 116—153.

[3] В. М. Бухштабер, А. С. Мищенко, С. П. Новиков, Формальные группы и их роль в аппарате алгебраической топологии, УМН 26:2 (1971), 131—154.

[4] С. М. Гусейн-Заде, U-действия окружности и неподвижные точки, Изв. АН, сер. матем. 35 (1971), 1120—1136.

Поступило в Правление общества 15 мая 1972 г.